

Basiswiskunde Laboratoriumonderwijs en procestechniek

Didactisch concept : Vervoort Boeken
Grafisch ontwerp: uwontwerp.nl Eindhoven
Versie 2019

ISBN 9789464180053

© Vervoort Boeken

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16 B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 20 juni 1974, Stb. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, Stb. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden.

Basiswiskunde Laboratoriumonderwijs en procestechniek

Dit zou het dan moeten zijn!

Een basisboek voor het laboratoriumonderwijs en procestechniek waarin de basisvaardigheden van rekenen en wiskunde worden toegepast in een diversiteit aan contexten van het vakgebied.

Studenten hebben een voorkennis van rekenen opgedaan in het basisonderwijs (1F) en het voortgezet onderwijs (2F).

Deze rekenvaardigheden worden uitgebreid en toegepast. Er wordt gewerkt met decimale getallen of kommagetallen.

Hierbij wordt veel aandacht besteed aan de opbouw van getallen, want dat is belangrijk om een goed inzicht te hebben in de nauwkeurigheid van getallen. Bij berekeningen met getallen van verschillende significantie wordt de nauwkeurigheid van het antwoord bepaald door de soort van bewerking en de waardes met de minste nauwkeurigheid.

Goed gebruik van wetenschappelijke notatie en/of voorvoegsel is belangrijk om een goed beeld te hebben van de grootte van de getallen.

Enkele voorbeelden:

- ✚ Berekeningen als $1000 \times 0,001 = 1$ en $2 \cdot 10^3 \times 3 \cdot 10^{-3} = 6$ kun je uiteraard uitvoeren zonder rekenmachine.
- ✚ Als je exact wil berekenen hoeveel 2×99^2 is dan gebruik je je rekenmachine, maar je hebt wel door dat het antwoord ongeveer 20.000 of $2 \cdot 10^4$ of 20 k moet zijn.
- ✚ $\frac{2000}{0,1} = 20.000$ want delen door 0,1 is hetzelfde als vermenigvuldigen met 10.
- ✚ Zit er in het getal 2000 een onnauwkeurigheid van 100 dan heeft dat een veel kleinere invloed op het antwoord dan een onnauwkeurigheid van 0,1 in het getal onder de deelstreep. Voor een nauwkeurig antwoord moet het getal 0,1 veel nauwkeuriger bepaald worden en evenveel betekenisvolle cijfers bevatten als het getal 2000. Significantie is belangrijk bij berekeningen met meetwaardes.
- ✚ $\frac{3}{7}$ betekent 3 van de 7, maar kan ook betekenen hoe vaak 7 in 3 past en het kan ook een verhoudingsgetal zijn om een bepaalde eenheid om te rekenen.
- ✚ 1000 kg/m^3 is dezelfde dichtheid als 1 g/cm^3 omdat 1 cm^3 $1000 \times$ zo klein is als 1 dm^3 en 1 dm^3 weer $1000 \times$ zo klein is als 1 m^3 .
- ✚ Rekenmachines leveren allerlei antwoorden, afhankelijk van de kwaliteit en alertheid van de bediener. Een vat van 2 m hoog met een diameter van 1 m kan uiteraard nooit een inhoud hebben $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

De studenten hebben in het voortgezet onderwijs bij het vak wiskunde voorkennis opgedaan in het rekenen met letters ofwel het gebruiken van formules en grafieken.

Dat wordt nu toegepast met het omvormen van formules of omzetten van eenheden.

De studenten hebben in het voortgezet onderwijs kennis gemaakt met een aantal basisverschijnselen van de natuurwetenschappen, zoals dichtheid, zwaartekracht, elektriciteit, snelheid, licht en eenvoudige begrippen uit de chemie en biologie.

Deze basiskennis is toereikend om met behulp van allerlei beroepscontexten de reken- en wiskundige vaardigheid nog eens te beoefenen in een betekenisvolle leeromgeving. Formules en grafieken krijgen in een motiverende omgeving veel meer betekenis.

Enkele voorbeelden:

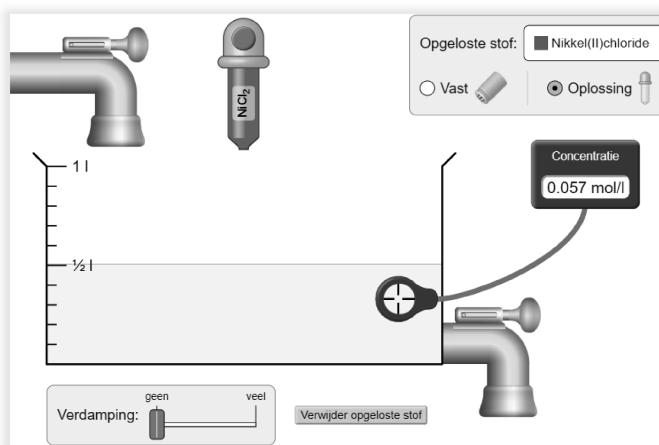
- ✚ Hoe kun je met behulp van papier met een dichtheid van 80 g/m^2 de oppervlakte bepalen van een stuk metaal met een willekeurige vorm?
- ✚ In de chemie gebruikt men de eenheid mol om het aantal deeltjes aan te geven en de eenheid u om de massa van de deeltjes aan te geven. Hoeveel mol atomen zitten er in 1 gram lucht en hoeveel u weegt 1 molecuul water?
- ✚ Als je een oplossing $10 \times$ wil verdunnen moet je van het origineel 1 deel nemen en dat aanvullen met 9 delen water. Als je de verdunde oplossing vervolgens weer $10 \times$ verdund, heb je een verdunning van $100 \times$
- ✚ Als de lucht bij een bepaalde temperatuur een relatieve vochtigheid heeft van 60%, dan bevat de lucht 60% van de maximale hoeveelheid water die in de lucht kan zitten. Als de temperatuur hoger is kan er meer water in de lucht zitten. Er zijn allerlei verbanden mogelijk die je met grafieken en/of formules kunt vastleggen.

E4.5



Het boek bevat ook verschillende simulaties om zelf onderzoek te doen. Simulaties van een verschijnsel uit het vakgebied van applied science, maar ook wiskunde-applets om verbanden te onderzoeken. De applets kunnen direct vanuit het boek geactiveerd worden via een Q-code of internetlink.

E4.4



PhET -simulatie oplossen zout

E4.1



Voor studenten die extra uitleg en oefening nodig hebben om de voorkennis op het gewenste niveau te brengen zijn er inmiddels vele interessante sites. De link hiernaast naar de site van math4all is daar een voorbeeld van.

Dank aan de collega's van verschillende laboratoriumscholen voor hun kritische opmerkingen en een speciaal woord van dank aan onze fans en familie voor hun niet aflatende ondersteuning.

december 2019 Schijndel, Eindhoven

Jos Vervoort

Teo Kleintjes

Beiden een leven lang leraar en schrijver van leermiddelen op het gebied van wiskunde, natuurkunde, scheikunde, procestechniek en leren leren. Gemotiveerd om iedereen, in het bijzonder jonge mensen, het gevoel te geven dat je heel veel kunt leren als je bereid bent om er moeite voor te doen. De nieuwe technologische mogelijkheden hebben hun nadelen maar kunnen bijdragen tot een leeromgeving die alleen beperkt wordt door je eigen interesse.

E1



Site www.vervoortboeken.nl met allerlei ondersteunend materiaal



E2



Activiteiten op twitter met interessante items voor de exacte vakken en onderwijs in het algemeen.



E3



Activiteiten op LinkedIn met interessante items voor de exacte vakken en onderwijs in het algemeen.



Inhoudsopgave

Hoofdstuk 1	Rekenen met getallen	
1.1	Decimale getallen	8
	Opbouw, uitspraak en notatie decimale getallen	
1.2	Optellen en aftrekken van decimale getallen	14
	Optellen van decimale getallen	14
	Aftrekken van decimale getallen	15
	Rekenen met negatieve getallen	19
1.3	Vermenigvuldigen en delen van decimale getallen	19
	Vermenigvuldigen van decimale getallen	19
	Delen van decimale getallen	21
1.4	Breuken, decimale getallen en percentage	23
	Breuk	23
	Breuk, decimaal getal, fractie en percentage	25
	Gelijkwaardige breuken	27
1.5		31
	<i>Basisbewerkingen $+$, $-$, $\times$, $:$ met breuken</i>	31
	<i>Optellen en aftrekken van breuken</i>	32
	<i>Vermenigvuldigen en delen met breuken</i>	
1.6		36
	Machtsverheffen en worteltrekken	36
	Machtsverheffen	
	Worteltrekken	37
1.7	Praktijk van het rekenen	39
Hoofdstuk 2	Rekenen met meetwaardes	42
2.1	Grootheden en eenheden	42
2.2	Machten van 10, wetenschappelijke notatie en voorvoegsels	43
2.3	Coherente eenheden	45
2.4	Omzetten van eenheden	46
	Lengte- oppervlakte- en volume-eenheden	46
	Eenheden met 'per' zoals kg per m ³	47
2.5		
	Significantie en juiste afronding	48
	Significantie	48
	De juiste nauwkeurigheid noteren bij antwoord berekening	50

Hoofdstuk 3	Bewerkingen met letters, algebra	55
3.1	Formules en bewerkingen met letters	56
	Optellen en vermenigvuldigen van termen en factoren met cijfers en letters	56
	Werken met letterbreuken	59
3.2	Isoleren van een variabele	62
Hoofdstuk 4	Tabellen, formules, grafieken en toepassingen applied science	65
4.1	Verband weergeven met tabellen en verhoudingsgetallen	66
	Verband vastleggen met formule	69
	Verband weergeven met grafiek	71
4.2	Meetkundige vormen	76
4.3	Dichtheid	81
	Berekeningen aan volume, massa en dichtheid	82
	Dichtheid bij mengsels en oplossingen	86
	Materiaal is opgebouwd uit atomen	89
	Dichtheid: drijven, zweven of zinken	95
4.4	Concentratie en molariteit	99
	Formule opstellen voor lijn door 2 punten	102
	Formule opstellen voor regressielijn door meetpunten	103
	Eenheden voor concentraties	106
4.5	Vochtigheid	107
4.6	Snelheid en toerental	111
4.7	Opwarmen en vermogen	112
	Index	120

1. Rekenen met getallen

- 1.1 Opbouw, uitspraak en naamgeving decimale getallen
- 1.2 Optellen en aftrekken decimale getallen, negatieve getallen
- 1.3 Vermenigvuldigen en delen decimale getallen
- 1.4 Breuken, decimale getallen en percentage
- 1.5 Basisbewerkingen $+$, $-$, $\times$ en $:$ met breuken
- 1.6 Machtsverheffen en worteltrekken
- 1.7 Praktijk van het rekenen

Leerdoelen

Door middel van de basisonderwerpen van rekenen krijg je inzicht in de opbouw van de getallen.

Hierdoor kun je ze op de juiste manier uitspreken.

Hierdoor krijg je beter beoordelen of het berekende antwoord realistisch is.

Hierdoor kun je beter werken met voorvoegsels en wetenschappelijke notatie, een belangrijke vaardigheid voor juiste notatie en nauwkeurigheid.

Je krijgt inzicht in de betekenis van negatieve getallen en kunt deze gebruiken om verandering van een proces te beschrijven.

Door middel van rekenen met breuken krijg je inzicht in begrippen als fractie en percentage, zoals massa- en molpercentage.

Tevens is vaardigheid met breukrekenen belangrijk voor het kunnen omvormen van eenheden en formules.

Je leert de basisvaardigheden van machtsverheffen en worteltrekken. Ook deze zijn belangrijk voor het omvormen van eenheden en formules.

Alle vaardigheden komen bij alle hoofdstukken telkens terug, zodat toepassing in beroepscontexten zich continu ontwikkelt. Een goede laborant vult geen formule in zonder uit te kunnen leggen welke getallen heel erg belangrijk zijn.

1 Rekenen met getallen

1.1 Decimale getallen

Opbouw, uitspraak en notatie van een decimaal getal

**decimaal
getal**

Een *decimaal getal* is opgebouwd uit de cijfers 0 t/m 9 en de waarde van de cijfers hangt af van de plaats.

voorbeeld 1:

523,24

*vijf honderd drie en twintig
komma vier en twintig*

$$523,24 = 5 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times 0,1 + 4 \times 0,01$$

**komma
getal**

Als een decimaal getal cijfers achter de komma heeft wordt dit ook wel een *kommagetal* genoemd. De cijfers achter de komma noemt men decimalen.

voorbeeld 2:

207.709.462,953

*twee honderd zeven miljoen,
zeven honderd en negen duizend,
vierhonderd en twee en zestig,
komma negenhonderd drie en*

In plaats van “*komma negen honderd drie en vijftig*” kun je ook zeggen “*negen honderd drie en vijftig duizendsten*”.

Het plaatsen van punten bij grote getallen is een hulpmiddel om het getal beter te overzien. In Engelstalige landen worden komma en punt andersom gebruikt.

Op een rekenmachine kun je dat instellen!

$$\begin{aligned} 207.709.462,953 = & 2 \times 100000000 + 0 \times 10000000 + 7 \times 1000000 + \\ & 7 \times 100000 + 0 \times 10000 + 9 \times 1000 + \\ & 4 \times 100 + 6 \times 10 + 2 \times 1 + \\ & 9 \times 0,1 + 5 \times 0,01 + 3 \times 0,001 \end{aligned}$$

Tip

In 207.709.462,953 staan tussen de 2 en de komma 8 cijfers, vandaar $\times 100000000$
In 207.709.462,953 staan achter de komma 3 cijfers, vandaar $\times 0,001$

Je kunt de opbouw van een getal ook weergeven in een schema Zoals in figuur 1.1

Hierbij kun je kiezen voor een indeling van aantal x 100 miljoenen, aantal 10 miljoen, aantal x 1 miljoen, aantal x 100 duizend ,enz.

Je kunt ook kiezen voor aantal x miljoen, aantal x duizend, aantal x 1 ,enz.

Deze laatste indeling maak je ook bij het uitspreken van een getal.

Schema:

1	0	7	7	0	9	4	6	2	,	9	5	3
100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1000	100	10	1	,	0,1	0,01	0,001
107			709			462			,	953		
1000000			1000			1			,	0,001		

Figuur 1.1 schema opbouw getal

107 miljoen + 709 duizend + 462 , + 953 duizenden
 uitspraak: "107 miljoen, 709 duizend, 462 komma 953"

voorbeeld 3:

Getal : **25,35**

							2	5	,	3	5
							10	1	,	0,1	0,01
						25			,	35	
						1			,	0,01	

Figuur 1.2 schema opbouw getal

25 + 3 tienden + 5 honderdsten
 uitspraak: "25 komma 35" of "25 en 35 honderdsten"
 voorbeeld 4:

Getal: **1,0367**

1 + 3 honderdsten + 6 duizenden + 7 tienduizendsten
 uitspraak: "1 komma 0367" of "1 en 367 tienduizendsten"

Overzicht machten van 10

1.000.000.000	10^9	miljardtallen
100.000.000	10^8	honderdmiljoentallen
10.000.000	10^7	tienmiljoentallen
1.000.000	10^6	miljoentallen
100.000	10^5	honderd duizendtallen
10.000	10^4	tienduizendtallen
1000	10^3	duizendtallen
100	10^2	honderdtallen
10	10^1	tientallen
1	10^0	eenheden
0,1	10^{-1}	tienden
0,01	10^{-2}	honderdsten
0,001	10^{-3}	duizendsten
0,0001	10^{-4}	tienduizendsten

Figuur 1.3 Tabel met machten van 10

macht 1.000.000.000 wordt ook wel geschreven als 10^9 of $1 \cdot 10^9$ of 1×10^9
grondtal Het getal 1.000.000.000 wordt dan geschreven als een *macht* met *grondtal*
exponent 10 en *exponent* 9.
 We komen hier later op terug bij de onderdelen machtsverheffen en wetenschappelijke notatie.

Tip

$2 \cdot 10^9$ betekent 9 nullen achter het cijfer 2, dus 2000000000

Tip

0,0000001 wordt ook wel geschreven als 10^{-7} of $1 \cdot 10^{-7}$ of 1×10^{-7}
 Het getal 0,0000001 wordt dan geschreven als een *macht* met *grondtal* 10 en *exponent* -7.

$2 \cdot 10^{-7}$ betekent 7 nullen voor het cijfer 2, dus 0,0000002

voorbeeld 5:

$10.000 = 10^4$ 4 nullen achter de 1
 $0,01 = 10^{-2}$ 2 nullen voor de 1

2.000.000.000 wordt ook wel geschreven als $2 \cdot 10^9$ of 2×10^9
0,00000002 wordt ook wel geschreven als $2 \cdot 10^{-8}$ of 2×10^{-8}

Tip

Alle getallen kun je schrijven als een som van machten van '10'.

$$7.709.462,903 =$$

$$7 \times 10^6 + 7 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3} =$$

$$7 \times 10^6 + 7 \times 10^5 + 9 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-3}$$

$$0,023 = 2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$$

$$12,5 = 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1}$$

$$8 \times 10^6 + 1 \times 10^5 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^0 = 8.100.402$$

$$3 \times 10^0 + 5 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-4} = 3,0503$$

Opgave 1.1 Opbouw getallen 1

Schrijf de volgende getallen als een som van factoren van '10' en als een som van miljoenen, duizendtallen, eenheden en duizendsten, enz.

Gebruik schema van voorbeeld 2.

Dit schema kun je ook uitprinten via tools/afbeeldingen/1a op de site.

a 712.903.298,457

b 12,78

c 4503,25

Opgave 1.2 Opbouw getallen 2

Schrijf de volgende getallen als een som van machten van 10 zoals in voorbeeld 5.

a 712.903.298,457

b 12,78

c 4503,25

d 0,027

e 103000

Opgave 1.3 Opbouw getallen 3

Schrijf de onderste optellingen op als één decimaal getal zoals in voorbeeld 5.

a $7 \times 10^6 + 7 \times 10^5 + 9 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-3}$

b $8 \times 10^5 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1$

c $6 \times 10^0 + 2 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-3}$

Opgave 1.4 Waarde van een cijfer wordt bepaald door zijn plaats

Geef de waarde van het gearceerde cijfer(s) in onderstaande getallen.

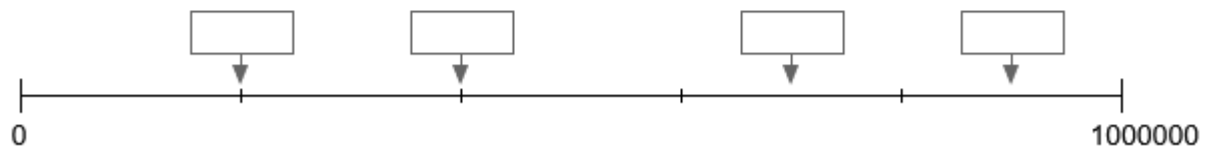
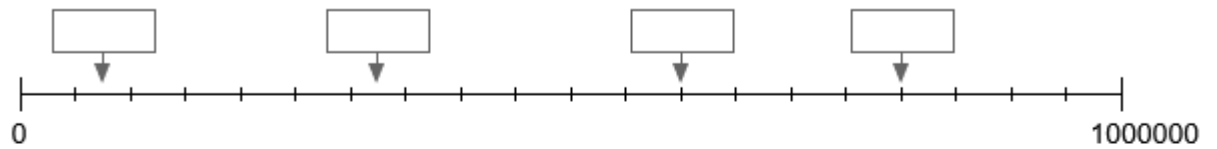
a 234678,34 waarde 4 is 4000 of $4 \cdot 10^3$

b 0,00415

- c 60002
- d 23.204.987,78
- e 1.000.678,94

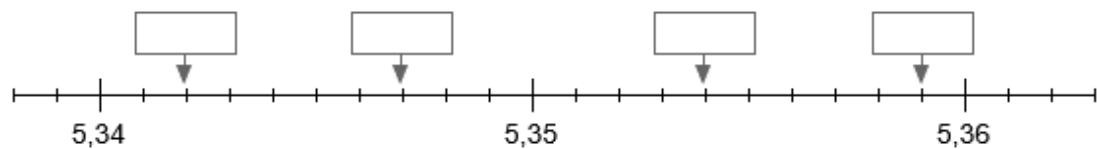
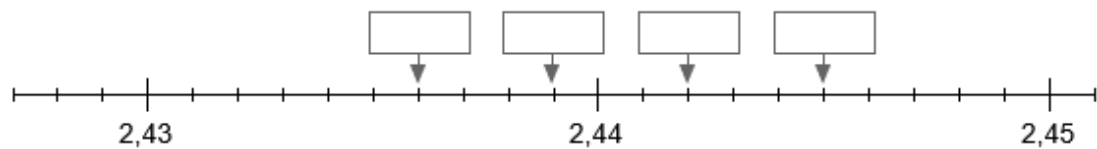
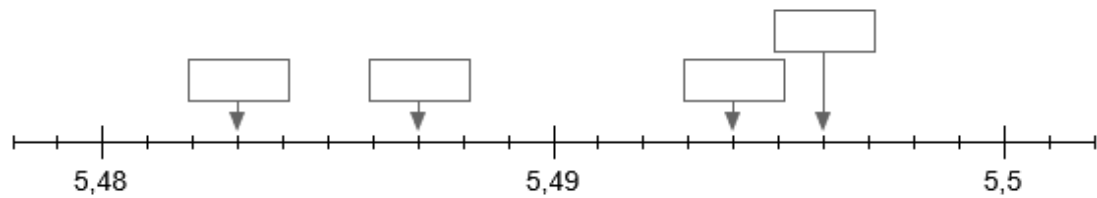
Opgave 1.5 Getallen aflezen op een schaalverdeling

Vul de juiste getallen in op onderstaande schaalverdelingen.



Opgave 1.6 Getallen aflezen op een schaalverdeling

Vul de juiste getallen in op onderstaande schaalverdelingen.



E1.1

Behoefte aan meer oefening?



Op deze site kun je extra opgaven maken.
Je kunt hierbij kiezen uit verschillende schaalverdelingen.

Decimaal getal groter of kleiner maken met een door de komma te verplaatsen

Als je een getal met 10 vermenigvuldigt schuift de komma een plaats op naar rechts.
Als je een getal met 10^3 vermenigvuldigt schuift de komma 3 plaatsen op naar rechts.

voorbeeld 6

$$12,34 \times 10 = 123,4 \text{ (1 plaats naar rechts } \rightarrow \text{)}$$

$$12,34 \times 1000 = 12340$$

$$0,012 \times 1000 = 12$$

$$1,2 \times 10^5 = 120000 \text{ (maal 10 geeft 12)}$$

$$1,2 \times 10^3 \times 1000 = 1,2 \times 10^6 \text{ of } 1200 \times 1000 = 12000000$$

Als je een getal door 10 deelt schuift de komma een plaats op naar links.
Als je een getal door 10^3 deelt schuift de komma 3 plaatsen op naar links.

voorbeeld 7

$$12,34 : 10 = 1,234$$

$$12,34 : 1000 = 0,01234 \text{ (3 plaatsen naar links } \leftarrow \text{)}$$

$$0,012 : 1000 = 0,000012$$

$$1,2 : 10^5 = 0,000012$$

$$1,2 \times 10^6 : 10^3 = 1,2 \times 10^3$$

voorbeeld 8

$$0,05 = 5 : 100$$

$$0,001 = 1 : 1000$$

$$10^{-4} = 0,0001 = 1 : 10^4$$

$$30000 = 3 \times 10000 = 3 \times 10^4$$

voorbeeld 9

$$500 \times 0,02 = 5 \times 2 = 10 \text{ (500 wordt } 100\times \text{ kleiner en } 0,02 \text{ wordt } 100\times \text{ groter)}$$

$$0,002 \times 5000 = 2 \times 5 = 10$$

$$60 \times 0,003 = 0,060 \times 3 = 0,18$$

Opgave 1.7 Maak de volgende getallen $100 \times$ kleiner

a $11,5 : 100 =$

b $1,23 : 100 =$

